落体の力学的エネルギー保存　mpegビデオはこちら

§1 実験目的

自由落下する物体の位置エネルギーと運動エネルギーを測定し、力学的エネルギー保存を確かめる。

§2 実験原理

地表で自由落下する物体は地球の重力により、加速度 g = 9.80 m・s^{-2} の等加速度運動をする。物体の質量を ***m*** [kg] として、運動中の物体の位置を地表から高さ ***y*** [m] とすると、物体の位置エネルギー（ポテンシャルエネルギー）は次のように書かれる。

$$U(y) = mgy \qquad (1)$$

さらに、このときの物体の速度を ***v*** [m/s] とおくと、物体の運動エネルギーは次のようになる。

$$K(v) = \frac{1}{2}mv^2 \qquad (2)$$

力学的エネルギー保存則によれば、(1)と(2)の和は物体の任意の位置 ***y*** において一定値を取る。
いま、高さ $\boldsymbol{y_0}$ の位置から物体が初速ゼロで自由落下するならば、力学的エネルギーは常に初期位置での位置エネルギーの値のままに保たれる。これは次式のように表わすことができる。

$$mgy_0 = \frac{1}{2}mv^2 + mgy \qquad (3)$$

これが自由落下する物体の力学的エネルギー保存則を表わす。

§3 実験方法

　高さおよそ1.5mの支柱を鉛直に立て、支柱上部に取り付けられた電磁石で鋼球を固定する。押しボタンスイッチによって電磁石の電流を切ることにより、鋼球を自由落下させる。鋼球の質量は電子天秤（感度 1mg）を用いて測定する。
　支柱の任意の位置に落体の落下速度測定用のフォトスイッチを固定して、その位置（高さ）を巻尺（感度 1mm）を用いて測定する。フォトスイッチは2組の向かい合う発光素子と受光素子の組からなり、鋼球が落下するにつれてそれぞれの光を遮る時間間隔を周波数カウンターを用いて測定する。光電素子の間隔 Δ*S* = 2.00±0.05cm を通過するのに要する時間を Δ*t* [s] とすると、落体の落下速度は、

$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

と計算できる。 種々のフォトスイッチの位置 y で落下速度を測定し、落体の運動エネルギーと位置エネルギーを算出し、これらの和が一定であること、(3) 式が成立することを確かめる。

　支柱が鉛直になるように、支柱に取り付けた錘りをもとにして鉛直性を調節する。さらに、フォトスイッチを再下端に取り付けて鋼球を落下させ、通過時間が安定して測定できることを確かめる。

§４　実験結果

　表１に各位置での鋼球のフォトスイッチ通過時間と、通過速度の値を示す。また、(3)式で基準の高さ y_0 の座標を０として求めた速度の計算値と ΔS = 2.00 cm の通過時間 Δt の計算値を同じ表に示して実測値と比較した。

落下距離　$(y_0 - y)$ / m	通過時間の測定値 Δt / s	通過時間測定値の平均値及び標準偏差　Δt / s	(3)式から求めた通過時間の計算値 Δt / s	平均通過速度の測定値 v / (m・s^{-1})	平均通過速度の計算値 v / (m・s^{-1})
1.500×10^{-1}	□.□□□□×10-□	(□.□□ ± □.□□) ×10-□	□.□□×10-□	(□.□□ ± □.□□) ×10-□	□.□□×10-□
	□.□□□□×10-□				
	□.□□□□×10-□				
	□.□□□□×10-□				
	□.□□□□×10-□				
以下測定値続く					

表１．各位置での鋼球の落下速度の測定値

　最下点から鋼球を固定した位置までの距離 y_0 は y_0=□.□□□□mであった。各位置で、鋼球の落下速度を５回づつ測定した。

ここで、平均速度はフォトスイッチの間隔 ΔS = (2.00±0.05) cm の通過速度から求めた。平均速度 v の測定誤差 Δv は以下の関係式から求めた。

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta(\Delta S)}{\Delta S} + \frac{\Delta(\Delta t)}{\Delta t}$$

ただし、通過時間 Δt は５回の測定の平均値であり、その測定誤差 $\Delta(\Delta t)$ の見積もりとして標準偏差の値を用いた。

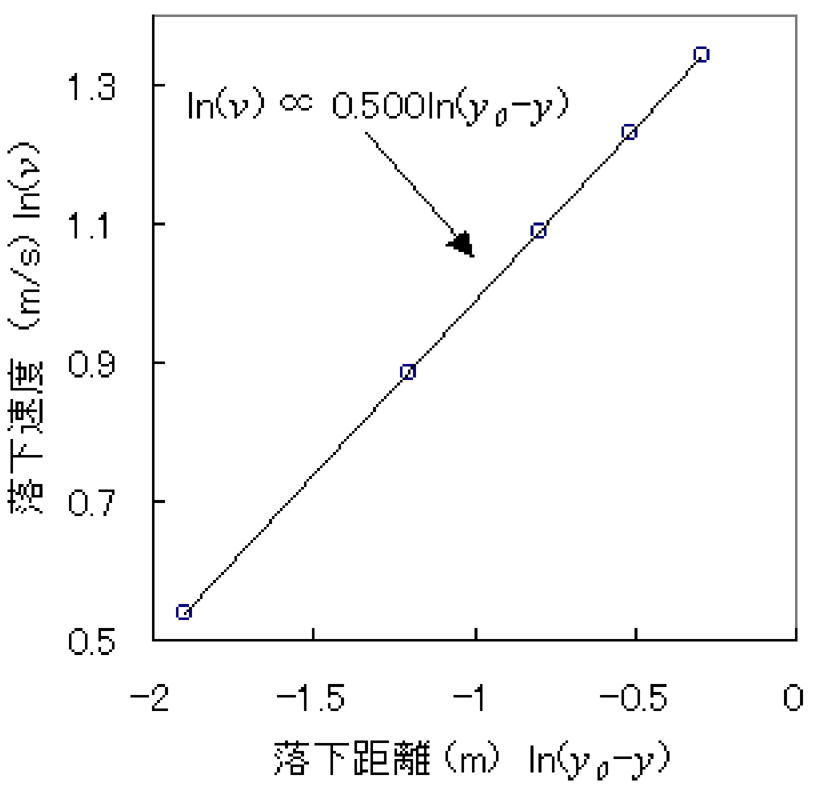

図1．落下距離と落下速度の両対数プロット
○は5回の測定の平均値を示す。直線は勾配0.5を示す。図から測定値の勾配はほぼ0.5であることが確かめられた。

図１に鋼球の落下距離と平均速度との両対数プロットを示す。

図より、落下距離と落下速度の両対数プロットは直線になることが確認できた。これは、落下距離と落下速度がべき乗の関係にあることを示す。さらに、直線の勾配が0.5であることから、べき乗指数は0.5である。従って、落下距離y_0-yと落下速度ｖとの間には以下の関係が成立している。

$$v \propto (y_0 - y)^{0.5}$$

これは、エネルギー保存則の関係式（３）を変形して得られる次の関係式に対応する。

$$v \propto (2g)^{0.5}(y_0 - y)^{0.5}$$

即ち両対数プロットの勾配0.5は運動エネルギーが速度の自乗に比例することに由来するものである。

次に、鋼球の各位置ｙでの運動エネルギーEkと位置エネルギーUgの測定値を表２に示す。

位置　y /m	位置エネルギー　U_y / J	運動エネルギー E_k / J	全エネルギー (U_y+E_k)/ J
□.□□□×10-□	□.□□×10-□	□.□□×10-□	□.□□×10-□

以下測定値続く

表２．各位置での鋼球の位置エネルギー、運動エネルギー、及び全エネルギーの測定値
　表１の落下速度の測定をもとに算出した運動エネルギー及び位置エネルギーの値。Uy_0は鋼球を静止させているときの位置エネルギーの値で、Uy_0=□.□□×10-□ J である。鋼球の位置によらず、全エネルギーがほぼ一定の値を示すことが確認できた。

図２に、表２に示した測定値のプロットを示す。図より位置エネルギーU_y、運動エネルギーE_kとも鋼球の位置の高さに比例していることが確かめられた。さらに、全エネルギーU_y+E_kの値は位置によらず一定値をとり、この値は鋼球を静止させた初期位置での位置エネルギーUy_0の値にほぼ一致することが確かめられた。

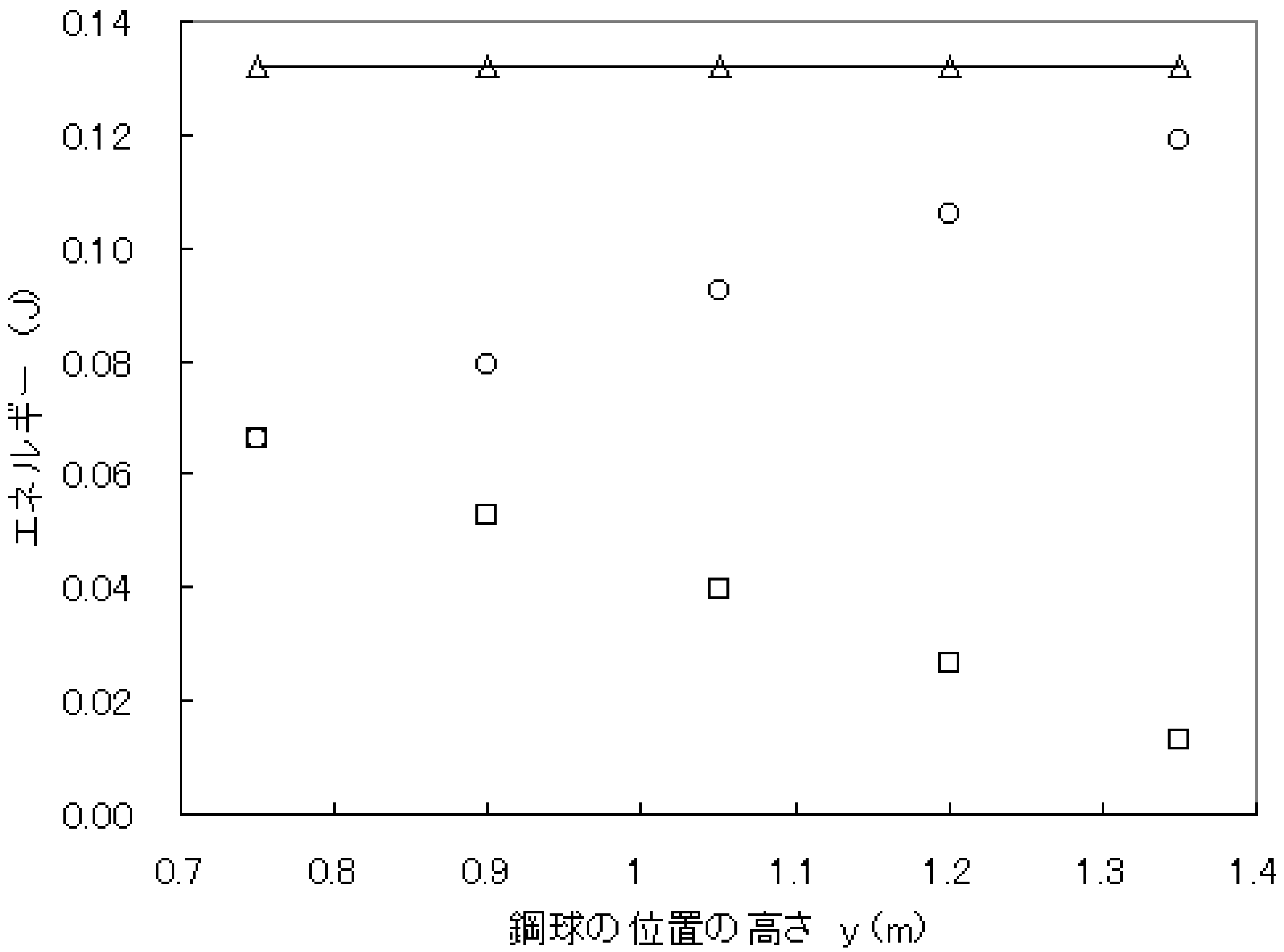

図2. 鋼球の位置とエネルギー
○は位置エネルギー、□は運動エネルギー、△は全エネルギーを示す。直線は鋼球の初期位置での位置エネルギーのレベルを示す。図から全エネルギーは鋼球の位置によらず一定であること、またこの値が鋼球の初期位置での位置エネルギーと等しいことが確かめられた。

§５　考察

1. 図2で位置エネルギーのプロットの勾配を最小二乗法で求めよう。この勾配の値とmgの値が等しくなるはずである。確認しよう。

2. 同じく図2で、運動エネルギーのプロットの勾配を最小二乗法で求めよう。この勾配の値は-mgに等しいことを(3)式に基づいて説明し、実際にどの程度一致するか議論しよう。

3. 運動エネルギーのプロットの勾配がmgと一致しない場合、速度の測定に不一致の原因があることになる。表１で予測値と実測との比較をしよう。即ち、実測値が誤差の範囲で予測値と一致しているかどうか、確認する。

4. 速度の実測値と予測値の不一致の原因として、ΔS の実効的な値が 2.00 cm からずれていることが考えられる。そこで、通過時間の実測値と、速度の予測計算値とから、実効的な ΔS を求めてみよう。これが ΔS = (2.00±0.05) cm の範囲に入るかどうか確かめよう。

5. フォトスイッチの実際の間隔 ΔS 、あるいは、鋼球が測定された通過時間に実際に通過した実効的な距離 ΔS が ΔS = 2.00 cm と異なる理由として考えられることを挙げてみよう。

6. 鋼球に作用する空気抵抗力の大きさを見積り、落下速度への影響を検討しよう。

§6　結論

　落体が落下する過程の各位置での位置エネルギーと運動エネルギーの和は一定値を取ることが確認された。これにより、落体の力学的エネルギー保存則の成立を確認することができた。